Подписано цифровой подписью:
Пономарёв Сергей Владимирович
DN: C=RU, OU=Исполняющий обязанности директора, O=Воронежский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова», CN=Пономарёв Сергей Владимирович, E=director@vrn.gumrf.ru
Причина: Я являюсь автором этого документа
Дата: 25 Июль 2024 г. 12:50:12

Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»
Воронежский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Кафедра математики, информационных систем и технологий

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине *«Дифференциальные уравнения»*
(приложение к рабочей программе дисциплины)

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологи

Направленность (профиль) Информационные системы на транспорте

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения заочная

г. Воронеж
2023

1. Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Рабочей программой дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрено формирование следующих компетенций.

Таблица 1

Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Код и наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1 Применение основных законов естественнонаучных и общетехнических дисциплин, связанных с профессиональной деятельностью	Знать: основы дифференциального и интегрального исчисления Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциального и интегрального исчисления. Владеть: навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности
	ОПК-1.2 Применение методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Знать: методы математического анализа и моделирования Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования. Владеть: навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ОПК-8: Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.	ОПК-8.1 Математическое моделирование сложных систем, анализ данных	Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей для сложных систем, методы анализа данных Уметь: применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике. Владеть: навыками математического моделирования сложных систем, анализа данных.

2. Паспорт фонда оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

Таблица 2

Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства
1	*Тема 1* Основные понятия теории дифференциальных уравнений(ДУ).	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 1* *зачет*
2	*Тема 2* Основные виды дифференциальных уравнений1-го порядка.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 1* *зачет*
3	*Тема 3* Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 1* *зачет*
4	*Тема 4* Линейные дифференциальные уравнения п-го порядка.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 2* *зачет*
5	*Тема 5* Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 2* *зачет*
6	*Тема 6* Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*тест 2* *зачет*
7	*Тема 7* Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из двух уравнений.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*практическое задание* *зачет*
8	*Тема 8* Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из трёх уравнений.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*практическое задание* *зачет*
9	*Тема 9* Уравнения математической физики.	*ОПК-1* *ОПК-8*	*практическое задание* *зачет*

Таблица 3

Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине

Результат обучения по дисциплине	Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине				Процедура оценивания
	2	3	4	5	
	Не зачтено	Зачтено			
ОПК-1.1 *Знать: основы дифференциального и интегрального исчисления*	*Отсутствие или фрагментарные представления об основах дифференциального и интегрального исчисления*	*Неполные представления об основах дифференциального и интегрального исчисления*	*Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основах дифференциального и интегрального*	*Сформированные систематические представления об основах дифференциального и интегрального*	*Тестирование, зачет*

			исчисления	*исчисления*	
ОПК-1.1 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциального и интегрального исчисления.	*Отсутствие умений или фрагментарные умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.*	*В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.*	*В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решения стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.*	*Сформированные умения разрабатывать и решать стандартных профессиональных задач с применением дифференциального и интегрального исчисления.*	*Тестирование, зачет*
ОПК-1.1 Владеть: навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности	*Отсутствие владения или фрагментарные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности*	*В целом удовлетворительные, но не систематизированные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности*	*В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности*	*Сформированные владения навыками дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной деятельности*	*Тестирование, зачет*
ОПК-1.2 Знать: методы математического анализа и моделирования	*Отсутствие или фрагментарные представления об основах математического анализа и моделирования*	*Неполные представления об основах математического анализа и моделирования*	*Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основах математического анализа и моделирования*	*Сформированные систематические представления об основах математического анализа и моделирования*	*Тестирование, зачет*
ОПК-1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования.	*Отсутствие умений или фрагментарные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*Сформированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*Тестирование, зачет*
ОПК-1.2	*Отсутствие*	*В целом*	*В целом*	*Сформирован*	*Тестирование,*

Владеть: навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	*владения или фрагментарные владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*удовлетворительные, но не систематизированные владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*ные владения навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*зачет*
ОПК-8.1 Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей для сложных систем, методы анализа данных	*Отсутствие или фрагментарные представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных*	*Неполные представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных*	*Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных*	*Сформированные систематические представления о методологии и основных методах математического моделирования, классификации и условиях применения моделей для сложных систем, методах анализа данных*	*практическое задание*
ОПК-8.1 Уметь: применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике	*Отсутствие умений или фрагментарные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*Сформированные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования*	*практическое задание*
ОПК-8.1 Владеть: навыками математического моделирования	*Отсутствие владения или фрагментарные владения навыками математическог*	*В целом удовлетворительное, но не систематизированное владение навыками*	*В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы*	*Сформированные владения навыками математического моделирован*	*практическое задание*

сложных систем, анализа данных	*о моделирования сложных систем, анализа данных*	*математическо го моделирования сложных систем, анализа данных*	*владения навыками математическо го моделирования сложных систем, анализа данных*	*ия сложных систем, анализа данных*	

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Тест 1 (пример)

Задание 1. Определите тип каждого из данных уравнений: 1) $y' = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$; 2) $y' + y - xy^2 = 0$; 3) $x(y^2 - 4)dx + y\,dy = 0$; 4) $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x$.	**Варианты ответов:** уравнение с разделяющимися переменными; однородное уравнение первого порядка; линейное уравнение первого порядка; уравнение Бернулли.
Задание 2. Сопоставьте уравнения второго порядка и способы их решения. 1) $2x^2y'' - (y')^2 = 0$; 2) $y'' = 2\sin x\cos^2 x - \sin^3 x$; 3) $3y\,y' - 7y'' = 0$.	**Варианты ответов:** последовательное интегрирование обеих частей уравнения; подстановка $y' = z(x)$, $y'' = z'(x)$; подстановка $y' = p(y)$, $y'' = p\frac{dp}{dy}$.
Задание 3. Укажите функцию, являющуюся решением уравнения $y\,dy = \frac{dx}{2(x+1)}$.	**Варианты ответов:** ○ $y = e^x$; ○ $y = 2$; ○ $y = \frac{1}{x+1}$; ○ $y = \sqrt{\ln(x+1)}$.

Задание 4. Решениями уравнения $y'' = 2(x+1) + e^x$ являются функции …	**Варианты ответов:** (укажите два ответа) ○ $y = \frac{(x+1)^3}{3} + e^x + C_1 x + C_2$; ○ $y = (x+1)^3 + e^x + C_1 x + C_2$; ○ $y = x^3 + x^2 + e^x + C_1 x + C_2$; ○ $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + e^x + C_1 x + C_2$.
Задание 5. Среди перечисленных задач «задачей Коши» является …	**Варианты ответов:** ○ $xyy' = 1 - x^2$; ○ $ydx + \operatorname{ctg} xdy = 0,\ y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$; ○ $y' = 3y - 1$; ○ $(y'')^2 + (y')^2 = 1,\ y(0) = 1,\ y(1) = 2$.
Задание 6. Функция $y = C(x+1)$ является решением уравнения $y' + 2 = 0$, если C принимает значение …	**Укажите ответ**
Задание 7. Решите задачу Коши $\begin{cases} xy' - 6y = x, \\ y(1) = \frac{1}{6}, \end{cases}$ и в ответе укажите значение $y(0)$.	**Укажите ответ**
Задание 8. Решите дифференциальное уравнение $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$.	**Запишите полное решение**
Задание 9. Решите дифференциальное уравнение $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4$.	**Запишите полное решение**
Задание 10. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 2xy' = 1 + y^2$.	**Запишите полное решение**

Тест 2 (пример)

Задание 1. Укажите уравнения, решения которых можно найти с помощью метода вариации произвольных постоянных.	**Варианты ответов:** (укажите не менее двух ответов) ○ $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$; ○ $y'' - 9y' + 20y = x^2 \cos x$; ○ $2y'' - y + 1 = 0$; ○ $y'' + y = 0$.
Задание 2. Фундаментальная система решений уравнения $y'' + 4y' + 20y = 0$ имеет вид …	**Варианты ответов:** ○ $y_1 = \cos 4x,\ y_2 = \sin 4x$; ○ $y_1 = e^{-2x},\ y_2 = e^{2x}$; ○ $y_1 = e^{-2x}\cos 4x,\ y_2 = e^{-2x}\sin 4x$; ○ $y_1 = e^{-2x},\ y_2 = 1$.
Задание 3. Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' + y'' - 2y' = 0$. Корнями его характеристического уравнения являются …	**Укажите ответы:** $\lambda_1 =$; $\lambda_2 =$; $\lambda_3 =$.

Задание 4. Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' = 5x$.	**Варианты ответов:** ○ $y = (Ax + B)x$; ○ $y = (Ax + B)e^{-\frac{2}{3}x}$; ○ $y = Ax + B$; ○ $y = Ax$.
Задание 5. Сопоставьте типы уравнений и их возможные решения: 1) линейное уравнение первого порядка; 2) линейное однородное уравнение второго порядка; 3) линейное неоднородное уравнение второго порядка; 4) линейное неоднородное уравнение третьего порядка.	**Варианты ответов:** $y = C_1e^{-3x} + C_2xe^{-3x} + 2e^{3x}$; $y = (C_1 + C_2x)e^x$; $y = x + C_1e^{-x}$; $y = C_1 + C_2x + C_3e^{-x} + x^2$.
Задание 6. Функция $y = e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - Cy' + 2y = 0$, если C принимает значение …	**Укажите ответ**

Задание 7. По методу вариации произвольных постоянных частное решение неоднородного уравнения $y'' - y' - 6y = xe^x$ следует искать в виде …	**Варианты ответов:** ○ $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-3x}$; ○ $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-2x}$; ○ $y = e^{-2x}[C_1(x) + xC_2(x)]$; ○ $y = e^{3x}[C_1(x)\cos x + C_2(x)\sin x]$.
Задание 8. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 4y' + 20y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.	**Запишите полное решение**
Задание 9. Решите дифференциальное уравнение $y'' - y = e^{2x}$.	**Запишите полное решение**
Задание 10. Решите систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 5x + 6y. \end{cases}$	**Запишите полное решение**

Оценка результатов тестирования. За каждый правильный ответ начисляется 1 балл. Для перевода баллов в оценку применяется универсальная шкала оценки образовательных достижений. Если обучающийся набирает

- от 90 до 100% от максимально возможной суммы баллов - выставляется оценка «отлично»;
- от 80 до 89% - оценка «хорошо»,
- от 51до 79% - оценка «удовлетворительно»,
- менее 51% - оценка «неудовлетворительно».

Практическое задание

Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.

1. Найти кривую, проходящую через точку (2; 16), зная, что угловой коэффициент касательной в любой точке кривой в три раза больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту же точку с началом координат.

2. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (4; 1), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат.

3. Кривая проходит через точку с координатами (0; –2) и обладает тем свойством, что тангенс угла наклона касательной в любой её точке равен ординате этой точки, увеличенной на три единицы. Найти уравнение этой кривой.

Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное

дифференциальное уравнение второго порядка.

1. Материальная точка массы m движется по оси Ox под действием восстанавливающей силы, направленной к началу координат и пропорциональной расстоянию движущейся точки от начала (коэффициент пропорциональности в 4 раза больше массы точки). Среда, в которой происходит движение, оказывает сопротивление, пропорциональное скорости движения точки (коэффициент пропорциональности равен массе материальной точки). Найти закон движения.

2. Материальная точка массой m движется по прямой, притягиваемая к неподвижному центру силой, прямо пропорциональной расстоянию точки от центра притяжения. Сопротивление среды отсутствует. Определить закон движения точки, если в начальный момент времени положение точки от центра притяжения $x(0) = 20$ м, начальная скорость $x'(0) = 5$ м/с. (Указание: центр притяжения поместить в начало координат, коэффициент пропорциональности взять равным k 2m).

3. Материальная точка массой 1 кг движется по прямой из пункта A в пункт B под действием постоянной силы $F = 2$ Н. Сопротивление среды пропорционально расстоянию тела от точки B и в начальный момент времени равно $f = 1$ Н. Начальная скорость точки равна нулю. Определить закон движения точки. (Указание: рассмотреть функцию $x(t)$ – координата точки в момент времени t).

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Промежуточная аттестация – Зачет

Вопросы к зачету

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решение, общий и частный интеграл. Интегральная кривая. Особое решение. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Теорема Пикара. Три случая понижения порядка.
4. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.
5. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.
6. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение. Метод неопределённых коэффициентов. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Два способа интегрирования дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Свободные и вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине.

8. Дифференциальные уравнения, моделирующие развитие популяций. Система дифференциальных уравнений. Точки равновесия. Фазовые кривые, фазовые портреты. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций.
9. Применение нелинейных систем для моделирования эпидемий в обществе. Модель развития эпидемии вирусного заражения компьютеров. Моделирование каскадов химических процессов системами разностных дифференциальных уравнений. Трёхмерные фазовые портреты. Система уравнений Лоренца, описывающая состояние погоды.
10. Дифференциальное уравнение малых колебаний струны. Интегрирование волнового уравнения способом Даламбера. Решение волнового уравнения способом Фурье. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.
11. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.

Таблица 5

Показатели, критерии и шкала оценивания
письменных ответов на зачете

Критерии оценивания	Показатели и шкала оценивания	
	зачтено	не зачтено
текущая аттестация	выполнение требований по текущей аттестации в полном объеме	невыполнение требований по текущей аттестации
полнота и правильность ответа	обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий	обучающийся демонстрирует незнание большей части соответствующего вопроса, излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил
степень осознанности, понимания изученного	демонстрирует понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные	допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл
языковое оформление ответа	излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка	беспорядочно и неуверенно излагает материал, допускает много ошибок в языковом оформлении излагаемого

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Плаксицкий А. Б.

Зав. кафедрой: к.ф.-м.н., доцент Черняева С. Н.

Лист актуализации фонда оценочных средств
«Дифференциальные уравнения»
шифр по учебному плану, наименование

для подготовки бакалавров
Направление: (шифр – название) 09.03.02 Информационные системы и технологии
Профиль: Информационные системы на транспорте
Форма обучения заочная
Год начала подготовки: 2023
Курс 2
Семестр 3
а) в фонд оценочных средств не вносятся изменения. ФОС актуализирован на 2024 / 2025 г. учебный год.
б) в фонд оценочных средств вносятся следующие изменения:
1) _____;
2) _____;
3) _____.

Разработчик (и): к.ф.-м.н ., доцент Плаксицкий А. Б.
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

Фонд оценочных средств пересмотрен и одобрен на заседании кафедры математики, информационных систем и технологий протокол № 12 от «28» июня 2024 г.

Заведующий кафедрой: _Черняева С. Н., к. ф.-м. н., доцент_ /_____
(ФИО, ученая степень, ученое звание) (подпись)